Banque du Canada Bank of Canada

Document de travail 2005-20 / Working Paper 2005-20

La fonction de production et les données canadiennes

Patrick Perrier

ISSN 1192-5434

Imprimé au Canada sur papier recyclé

Document de travail 2005-20 de la Banque du Canada

Juillet 2005

La fonction de production et les données canadiennes

Patrick Perrier

Département des Recherches
Banque du Canada
pperrier@banqueducanada.ca

Les opinions exprimées dans cette étude sont celles de l'auteur et n'engagent pas la Banque du Canada.

105-05942/

Table des matières

Remerciements iv
Résumé v
Abstract vi

1. Introduction 1

2. Les caractéristiques de Kaldor (ou sentier de croissance équilibrée) 4

3. La fonction de production CES 10
   3.1 La fonction CES et ses propriétés 11
   3.2 Le problème des firmes 13
   3.3 Les conditions d'obtention d'un sentier de croissance équilibrée 14
   3.4 La fonction CES et les sentiers de croissance équilibrée 17

4. Estimation de l'élasticité de substitution 19
   4.1 Calcul de la variation des ratios 20
   4.2 Estimation de l'élasticité de substitution à partir des CPO dans un cadre d'analyse de cointégration 21
   4.3 Estimation de l'élasticité de substitution à partir des CPO dans un cadre espace-état 26
   4.4 Sommaire des résultats de l'estimation de l'élasticité de substitution 32

5. Conclusion 33

Bibliographie 35

Annexe 1 37

Annexe 2 39

Annexe 3 : Graphiques 41

Remerciements

Je tiens à remercier Jean-Philippe Cayen, Donald Coletti, Stephen Murchison, Pierre Duguay, Florian Pelgrin, Gregor Smith ainsi que mes collègues de la Section de la coordination des projections et de la modélisation pour les commentaires et suggestions qu'ils m'ont formulés dans le cadre des discussions relatives à la présente étude. Mes remerciements vont également à Eddy Cavé pour les conseils formulés sur le plan de la rédaction.

Résumé

Cette étude comporte deux volets. Tout d'abord, l'auteur y examine les propriétés théoriques d'une fonction de production à élasticité de substitution constante, souvent appelée CES dans la littérature économique, et il en déduit les implications pour les propriétés d'un modèle macroéconomique structurel. Ensuite, il tente de déterminer si les données macroéconomiques canadiennes cadrent mieux avec une fonction de production CES ayant une élasticité de substitution entre les facteurs travail et capital égale à 1, ce qui est le cas de la fonction Cobb-Douglas, qu'avec une CES dotée d'une élasticité de substitution différente de 1.

La fonction de production de type Cobb-Douglas possède des propriétés très attrayantes, ce qui explique probablement sa large utilisation dans les modèles macroéconomiques. En faisant un rappel de résultats énoncés dans des études antérieures, l'auteur montre qu'il est possible de conserver ces propriétés en utilisant une fonction de production CES dotée d'une élasticité de substitution différente de 1. Cette démarche repose sur l'idée que la fonction retenue doit posséder des rendements d'échelle constants et que le progrès technologique ne favorise que l'efficacité du facteur travail.

Sur le plan de l'analyse empirique, les cadres d'estimation utilisés dans cette étude et appliqués aux données macroéconomiques canadiennes ont permis de trouver une élasticité de substitution entre les facteurs capital et travail qui se situerait entre 0,4 et 0,6, ce qui est nettement inférieur à 1. La plupart des tests appliqués ont rejeté l'utilisation de la formulation Cobb-Douglas pour représenter les données canadiennes. Ces résultats donnent à penser que les facteurs capital et travail seraient beaucoup plus complémentaires que ne le suppose la formulation Cobb-Douglas.

Classification JEL : E23, O40, D24
Classification de la Banque : Modèles économiques

Abstract

This study has two aspects. First, the author examines the theoretical properties of the constant elasticity of substitution (CES) production function and the implications of this formulation for the properties of a structural macroeconomic model. He then seeks to determine whether Canadian macroeconomic data correlate better with a CES production function with an elasticity of substitution between labour and capital equal to one, which would be the case with a Cobb-Douglas function, or with a CES function whose elasticity of substitution is different from one.

Cobb-Douglas-type production functions have some very attractive properties, which is probably why they are so widely used in macroeconomic models. Referring to results from previous studies, the author demonstrates that it is possible to retain these properties when using a CES production function with an elasticity of substitution different from one, provided it features constant returns to scale and that technological progress only increases the efficiency of the labour factor.

In terms of empirical analysis, the estimation frameworks used in this study and applied to Canadian macroeconomic data yield an elasticity of substitution of capital for labour lying between 0.4 and 0.6, or well below one. Most of the tests reject use of the Cobb-Douglas formulation for representing Canadian data. These results suggest that capital and labour are much more complementary than is assumed by a Cobb-Douglas production function.

JEL classification: E23, O40, D24
Bank classification: Economic models

1 Introduction

La section de la Coordination des projections et de l'élaboration de modèles du département des Recherches de la Banque du Canada a commencé à construire un nouveau modèle macroéconomique structurel à des fins de projection de l'économie canadienne et d'analyse de politique. Ce modèle, qui appartient à la classe des modèles dynamiques d'équilibre général, vise principalement à élaborer des équations et des propriétés dynamiques basées sur des fondements théoriques rigoureux. L'objectif est également de construire un modèle qui cadre bien avec les propriétés des données canadiennes et qui devrait en même temps effectuer de bonnes prévisions.

Un des éléments essentiels d'un modèle macroéconomique structurel est la fonction de production globale qu'il utilise. Cette dernière joue un rôle important dans les modèles macroéconomiques structurels, puisque ses paramètres se transmettent à la forme réduite de l'ensemble des variables endogènes. La réaction des variables endogènes à divers chocs est donc fortement influencée par ces paramètres et par la forme fonctionnelle de la fonction de production. Par ailleurs, cette fonction influence la détermination de la demande de travail et de capital par les firmes, de même que celle des prix puisqu'elle affecte la forme fonctionnelle des coûts totaux et marginaux, qui sont des déterminants importants de l'inflation[1]. La fonction de production conditionne également l'évolution de la production potentielle sur la période de prévision et peut influencer la façon dont celle-ci est estimée sur la période concernée.

Un des éléments de la fonction de production qui peut affecter les propriétés d'un modèle est l'élasticité de substitution entre les facteurs de production, qui reflète le degré de complémentarité (ou de substituabilité) des différents facteurs de production. Par exemple, une élasticité de substitution très faible (qui reflète des facteurs de production fortement complémentaires) réduirait grandement la réaction de la demande de capital à une variation du coût d'utilisation de celui-ci et plus précisément à une modification des

[1] Entre autres, on peut remarquer dans Binette et coll. (2005) que la fonction d'investissement du modèle en construction est affectée par la valeur de l'élasticité de substitution entre les facteurs travail et capital. Murchison (2005) discute de l'effet de l'élasticité de substitution sur le coût marginal.

taux d'intérêt. Elle accentuerait aussi les fluctuations cycliques du coût marginal. En outre, dans un modèle d'une économie à deux (ou plusieurs) biens, le degré de complémentarité des facteurs de production dans un secteur affecterait, dans l'éventualité de certains chocs, l'ajustement des prix relatifs dans l'économie. Ainsi, un accroissement de la productivité dans un secteur pourrait avoir des répercussions différentes sur la demande de travail et les salaires payés dans l'autre secteur, de même que sur les prix relatifs, selon le degré de substituabilité des facteurs de production spécifiques à ce dernier secteur. Les effets d'un choc de productivité sectorielle sur les salaires payés dans le secteur non affecté par le choc de productivité pourraient différer selon la valeur spécifique de l'élasticité de substitution entre les facteurs.

La forme et les paramètres de la fonction de production influencent donc les propriétés d'un modèle structurel par l'entremise de divers canaux. En conséquence, il est important de déterminer quelle est la fonction de production qui semble la plus compatible avec les données canadiennes et de mieux en comprendre les implications théoriques.

La présente étude vise plusieurs objectifs théoriques et empiriques. Dans la poursuite des objectifs théoriques, nous examinons les propriétés de base de la fonction de production à élasticité de substitution constante, que nous appelons CES. Nous considérons cette forme fonctionnelle puisqu' elle englobe plusieurs autres fréquemment utilisées dans la littérature, dont la forme Cobb-Douglas, la forme fonctionnelle compatible avec des facteurs de production parfaitement complémentaires (Leontieff) ou substituables (cas où les isoquants sont des droites). Nous examinons les conditions nécessaires pour que cette forme fonctionnelle garantisse des sentiers de croissance équilibrée pour les variables réelles ainsi que la stabilité de certains ratios, comme le stock de capital par unité produite ou la portion de chacune des composantes de la demande dans le PIB. En fait, nous examinons si les caractéristiques décrites par Kaldor au sujet de plusieurs économies de marché peuvent être reproduites de façon théorique avec une formulation CES. Nous nous intéressons à ces caractéristiques parce qu'elles sont le reflet d'un sentier de croissance équilibrée, telle que définie dans la théorie néoclassique.

Sur le plan des objectifs empiriques, nous examinons si les caractéristiques des économies de marché définies par Kaldor peuvent s'appliquer à l'économie canadienne sur la période retenue. Nous utilisons aussi un modèle

d'équilibre partiel pour estimer l'élasticité de substitution entre les facteurs de production travail et capital dans l'économie canadienne. Toutefois, le but empirique ultime de cette étude n'est pas de déterminer la méthode d'estimation de la fonction de production qui sera utilisée dans le modèle macroéconomique structurel de l'économie canadienne présentement en construction au département des Recherches de la Banque du Canada ni de déterminer de façon décisive la valeur de l'élasticité de substitution. L'objectif empirique de cette étude est plutôt d'essayer de déterminer si une formulation CES peut mieux caractériser les données canadiennes qu'une formulation Cobb-Douglas. Enfin, les paramètres de cette fonction de production seront estimés conjointement avec l'ensemble des paramètres du modèle global. De cette façon, la précision avec laquelle ils sont estimés devrait s'accroître puisqu'ils devraient se retrouver dans plusieurs équations du modèle global (entre autres l'équation de l'investissement et de la demande de travail ainsi que les équations de détermination des prix).

L'étude se divise comme suit. Dans la section suivante, nous présentons les caractéristiques de diverses économies de marché énumérées par Kaldor et les comparons avec les données canadiennes sur la période d'observation. La question est de savoir si ces données cadrent avec ces caractéristiques ou, autrement dit, avec un sentier de croissance équilibrée. Dans la troisième section, nous présentons le problème de maximisation des profits d'une firme en faisant l'hypothèse d'une fonction de production à élasticité de substitution constante et à rendements d'échelle constants. Nous présentons les propriétés théoriques de cette fonction de production et établissons les conditions qui garantissent un sentier de croissance équilibrée ainsi que la stabilité de certains ratios en régime permanent. La section 4 propose trois méthodes servant à estimer le paramètre d'élasticité de substitution et à déterminer, par voie d'inférence, si une formulation CES est supportée par les données. La dernière section conclut avec une recommandation sur la forme de la fonction de production à utiliser dans un modèle structurel de l'économie canadienne.

2 Les caractéristiques de Kaldor (ou sentier de croissance équilibrée)

Kaldor a énuméré certaines caractéristiques de plusieurs économies de marché[2]. Ces caractéristiques sont les suivantes :

- La production par habitant augmente avec le temps et son taux de croissance ne tend pas à diminuer.
- L'intensité du capital par unité de production est relativement constante.
- L'intensité du capital par unité de facteur travail s'accroit avec le temps.
- Le taux de rendement réel du capital est relativement constant.
- Les portions du revenu national affectées aux facteurs travail et capital demeurent relativement constantes.

Les modèles de croissance équilibrée sont largement utilisés, car ils permettent de reproduire ces caractéristiques de Kaldor[3]. Dans le cadre du problème (statique) d'optimisation de la firme, on peut montrer qu'une fonction de production Cobb-Douglas assure facilement le respect de ces caractéristiques sans l'imposition d'hypothèses trop restrictives. Cette caractéristique de la fonction Cobb-Douglas a sûrement contribué à sa large utilisation dans les modèles de croissance et les modèles dynamiques d'équilibre général.

Il est intéressant de se demander si les énoncés de Kaldor s'appliquent aux données canadiennes, puisque ces énoncés sont compatibles avec un sentier de croissance équilibrée, ce qui est une question d'importance capitale pour le modélisateur. Si certains ou l'ensemble de ces énoncés ne s'appliquent pas aux données de longue période, on pourrait être tenté de conclure que les modèles traditionnels de croissance équilibrée auraient de la difficulté à reproduire les propriétés des données canadiennes. Toutefois, avant d'accepter cette conclusion il est important d'analyser, à l'intérieur du cadre théorique considéré, les raisons pour lesquelles ces énoncés ne s'appliqueraient pas à la

[2] Consulter, entre autres, Ripatti et Vilmunen (2001) ou Barro et Sala-i-Martin (1995).
[3] Voir Kongsamut, Rebelo et Xie (2000).

période d'observation. Dans le contexte des propriétés du modèle, ces raisons nous permettent de voir si cette conclusion pourra toujours s'appliquer dans le futur ou en situation de régime permanent.

Les Graphiques 1 à 7 (Annexe 3) présentent plusieurs séries macroéconomiques canadiennes sur la période 1965-2001. Pour faciliter l'inspection graphique, ces séries sont présentées à la fréquence annuelle. Pour certaines variables, nous utilisons plus d'une définition.

Les Graphiques 1 et 2 présentent le taux de croissance du PIB réel par habitant. Le premier utilise la population en âge de travailler comme mesure du dénominateur, alors que le second utilise deux définitions, soit le nombre total d'heures travaillées et l'emploi total. Quoique ces chiffres soient très variables, il est difficile de déceler une tendance quelconque dans ces séries. L'examen de l'évolution du taux de croissance du PIB par habitant (selon ces trois mesures) donne à penser que le premier énoncé de Kaldor s'applique aux données canadiennes. Le Tableau 1 présente les taux de croissance de ces variables sur diverses sous-périodes. Il confirme que la production réelle par habitant a varié beaucoup sur la période d'observation. Un simple test a été appliqué pour examiner s'il y a une tendance déterministe (linéaire ou quadratique) dans l'évolution du taux de croissance du PIB par habitant. Plus formellement, nous estimons la relation suivante par MCO :

$$\Delta log(Y/N)_t = \mu + \delta DT_t + \varepsilon_t$$

où DT_t est une matrice de régresseurs qui reflète les tendances déterministes linéaire et quadratique et Δ est l'opérateur de différence première. Nous testons l'hypothèse nulle $H_0 : \delta = 0$ [4]. Ce test permet de déceler la possibilité d'un changement progressif du taux de croissance moyen de cette variable. Les résultats donnent à penser que la moyenne de cette série est demeurée stable au cours de la période d'observation, de sorte que l'hypothèse d'une modification du taux de croissance du PIB par habitant au fil des ans n'est pas confirmé par les données. Cette conclusion est conforme à un examen visuel des Graphiques 1 et 2.

[4] Pour certaines définitions de la variable N, nous avons inclus des retards de $\Delta log(Y/N)_t$ dans le modèle de régression afin de rendre les résidus bruits blancs.

Tableau 1 : Taux de croissance du PIB par habitant (Y/N)

Y/N	Périodes				
Définition de N	1965-1969	1970-1979	1980-1989	1990-2001	1965-2001
Pop. 15 ans et +	2.0	1.8	1.5	1.1	1.5
Heures travaillées	2.4	1.7	1.1	1.4	1.5
Emploi total	1.6	1.2	1.0	1.2	1.2

Le Graphique 3 présente le stock de capital par unité produite (K/Y). Selon Kaldor, ce ratio est relativement constant dans le temps. Ce résultat serait compatible avec un coût réel d'utilisation et une efficacité du facteur capital constants ou avec une baisse du coût d'utilisation du capital suffisante pour contrecarrer exactement l'effet de tout accroissement de l'efficacité de ce facteur de production[5]. Le Graphique 3 indique que le ratio K/Y a augmenté sur la période examinée, quoique cette tendance à la hausse soit moins évidente depuis le milieu des années 1980 (et qu'elle se soit même arrêtée depuis). Il semble donc que l'énoncé de Kaldor concernant la stabilité du ratio K/Y ne s'applique pas aux données canadiennes sur la période considérée ici. En fait, ce résultat provient fort probablement d'une tendance à la baisse du coût réel d'utilisation du facteur capital au cours de cette période où l'effet sur le ratio K/Y a surpassé celui de la hausse probable de l'efficacité du facteur capital. On peut penser que la tendance à la baisse du prix relatif des machines et du matériel à haut contenu technologique (comme les ordinateurs et le matériel robotisé) observée depuis plusieurs décennies a possiblement contribué à une diminution du coût d'utilisation du capital. Il est possible que cette tendance à la baisse du prix relatif des biens d'équipement se poursuive encore dans le futur si on pense que le progrès technique se poursuivra plus rapidement dans ce secteur que dans les autres. Cela impliquerait une poursuite de la tendance à la hausse du ratio K/Y à moins que l'efficacité du facteur capital augmente de façon à contrecarrer la baisse du coût d'utilisation de ce facteur.

Le troisième énoncé de Kaldor s'applique au ratio du capital par rapport au facteur travail. Selon Kaldor, ce ratio K/L s'accroît avec le temps. Le

[5]On peut voir ce résultat avec l'équation (2) de l'Annexe 1.

Graphique 4 donne à penser que cet énoncé est valable pour le Canada sur la période examinée. On peut voir que ce ratio (lorsqu'il est mesuré à la lumière de définitions différentes du facteur travail) suit une tendance à la hausse depuis le début de la période d'observation.

Le quatrième énoncé de Kaldor concerne la stabilité du taux de rendement du capital. Cette variable est plutôt difficile à mesurer. Elle est conditionnée par la forme fonctionnelle de la fonction de production sous-jacente. Dans ce contexte, on peut utiliser la théorie économique qui dit qu'à l'équilibre, la productivité marginale du capital est égale à son coût réel d'utilisation, mais ce dernier est aussi difficile à cerner. On utilise souvent le taux d'intérêt réel pour approximer ce coût. Le Graphique 5 présente le taux réel du papier commercial à 90 jours et celui des obligations du gouvernement fédéral à 10 ans[6]. Selon ce graphique, il n'est pas clair que ces taux aient été stables (stationnaires) au cours de la période étudiée. De plus, selon la théorie néoclassique de l'investissement, l'évolution de ces mesures est incompatible avec l'évolution du ratio K/Y au cours de la même période. Ces taux d'intérêt sont toutefois des mesures restreintes du coût d'utilisation du capital. Le Graphique 6 présente une mesure plus large de ce coût[7]. Il s'agit de la mesure du coût du capital utilisé pour les projections trimestrielles du personnel de la Banque. La mesure de MTP/QPM semble démontrer plus de stabilité que les précédentes, mais son évolution est également incompatible avec l'évolution observée du ratio K/Y[8]. Donc si l'on suppose, en se basant sur la théorie néoclassique de la demande de capital, que la tendance à la hausse du ratio K/Y est le reflet d'une tendance à la baisse du coût d'utilisation du capital, alors nous devrions observer une tendance évidente à la baisse de cette variable et de la productivité marginale du capital. Les mesures du coût du capital présentées dans les Graphiques 5 et 6 semblent donc

[6]Les taux réels sont obtenus en prenant la différence entre les taux nominaux et le taux d'inflation annuel anticipé sur le terme de l'instrument. Le taux d'inflation anticipé contient une composante retardée (taux d'inflation passé) et une composante prospective compatible avec la structure du modèle QPM/MTP. Consulter Coletti et coll. (1996) pour plus de détails sur la façon dont les anticipations d'inflation sont déterminées dans MTP/QPM.

[7]Cette mesure n'est toutefois pas disponible pour l'instant sur une période aussi longue que le ratio K/Y.

[8]La définition de cette mesure inclut le prix relatif des biens de capital des entreprises, le taux de dépréciation du capital, une mesure du taux d'intérêt payé par les firmes pour financer ces biens de capital et une mesure du taux des impôts indirects sur ces biens.

incompatibles avec cette explication. À notre avis, la mesure de MTP/QPM est aussi une mesure très restreinte du coût d'utilisation du capital. Entre autres, elle ne tient pas compte de la valeur actualisée de la firme (qui peut affecter à l'achat de biens de capital la prime de risque sur le financement) ni la valeur actualisée des réductions futures des impots associés à la dépréciation de cet équipement.

Le dernier énoncé concerne la stabilité des portions du revenu affectées aux facteurs de production travail et capital. Le Graphique 7 présente la part du facteur travail dans la production. La mesure présentée, S_L^{MTP}, est la portion des salaires, traitements et revenus supplémentaires du travail des salariés dans le PIB nominal, déduction faite des impôts indirects moins les subventions. Elle inclut aussi les revenus des entreprises individuelles non agricoles qui peuvent être attribués au facteur travail. Nous supposons que la portion de ces revenus qui est générée par le facteur travail est égale à celle des travailleurs salariés. Le Tableau 2 présente la moyenne de cette série sur différentes sous-périodes. Il est difficile de repérer un quelconque changement dans les moyennes de S_L. Des tests de stationnarité ont aussi été appliqués à cette série. L'objectif est de voir s'il y a une tendance déterministe ou stochastique dans cette série. Les résultats des tests de racine unitaire donnent à penser que cette série est non stationnaire et sans dérive. Ces résultats supportent l'hypothèse que la moyenne de long terme de la portion du revenu national affectée au facteur travail n'a pas changé au cours de la période étudiée. Cependant, prise au sens strict, la non-stationnarité possible de S_L signifie que la distribution statistique de cette série n'est pas constante dans le temps, ce qui impliquerait le rejet de l'énoncé de Kaldor. Il est possible que les écarts persistants de S_L autour de sa moyenne de long terme proviennent de l'existence de coûts d'ajustement. La présence de ces coûts fait en sorte que les écarts de S_L par rapport à son niveau d'équilibre peuvent prendre du temps à se résorber. Il est donc difficile de conclure que S_L ait été stable sur la période retenue, quoiqu'il n'y ait pas de preuves que sa moyenne de long terme ait changé. Nous verrons à la section 3 qu'une formulation CES est beaucoup plus apte à saisir ce comportement, sur longue période, de la série S_L qu'une formulation Cobb-Douglas. Les fluctuations persistentes de S_L peuvent s'expliquer par l'ajustement plus graduel des salaires réels, comparativement à l'ajustement de la productivité du travail, à certains chocs économiques (entre autres, des chocs d'offre, de demande ou des termes de

l'échange)[9]. Le comportement des marges bénéficiaires a aussi pu influencer l'évolution de S_L. Ces marges sont affectées par les fluctuations du cycle économique, mais également par des modifications probables du cadre global de la concurrence (par exemple, la signature de l'ALE ou de l'ALENA).

Tableau 2 : Portion du revenu affectée au facteur travail

	Périodes				
	1965-1969	1970-1979	1980-1989	1990-2001	1965-2001
S_L^{MTP}	0.651	0.654	0.637	0.648	0.647

En se basant sur la présentation qui précède, on pourrait penser que les caractéristiques d'une économie affichant des sentiers de croissance équilibrée (ou énoncés de Kaldor) ne s'appliquent pas toutes à l'économie canadienne au cours de la période d'observation et que les modèles traditionnels de croissance équilibrée auraient de la difficulté à représenter les propriétés de l'économie canadienne. Les caractéristiques qui semblent ne pas s'appliquer sont celles relatives à la stabilité du ratio K/Y et du taux de rendement du capital. Nous avons observé la difficulté d'obtenir une mesure fiable du taux de rendement et du coût d'utilisation du capital de sorte qu'il est difficile de vérifier si l'énoncé de Kaldor s'applique ou non au taux de rendement du capital. De plus, nous avons vu que les mesures du coût du capital considérées semblent incompatibles avec la tendance à la hausse du ratio K/Y. En fait, cette évolution de K/Y serait plutôt compatible avec une tendance à la baisse du coût d'utilisation et du rendement marginal du capital. La vraie mesure du coût du capital devrait donc afficher une tendance à la baisse. Cette mesure a vraisemblablement évolué en parallèle avec la tendance à la baisse du prix réel des biens à haut contenu technologique. Si cette tendance à la baisse se poursuit en raison de gains de productivité plus importants dans ce secteur que dans l'ensemble de l'économie, on devrait observer une hausse du ratio K/Y, à moins que l'efficacité du facteur capital évolue au même rythme que la baisse de son coût réel d'utilisation au cours de la période d'analyse. Si l'on fait l'hypothèse que l'accroissement de productivité

[9]La variable S_L peut être représentée comme le produit du salaire réel et de l'inverse de la productivité moyenne du travail.

dans le secteur de la production de biens de capital continuera indéfiniment de surpasser celui des autres secteurs, alors la baisse constante du coût réel d'utilisation du capital qui en résultera amènera une hausse constante du ratio K/Y. Par conséquent, une des caractéristiques d'un sentier de croissance équilibrée ne serait pas respectée. Pour des raisons pratiques et afin de garantir un modèle qui génère des sentiers de croissance équilibrée à long terme (voir section 3), nous devons partir de l'hypothèse que le coût réel d'utilisation du capital finira par se stabiliser à un certain moment[10].

3 La fonction de production CES

Cette section présente la fonction de production à élasticité de substitution constante, appelée CES (de l'anglais *Constant Elasticity of Substitution*). Les propriétés de cette fonction sont présentées aux paragraphes suivants. Nous y faisons aussi un rappel des conditions qui assurent un sentier de croissance équilibrée pour une économie caractérisée par cette fonction de production. Nous examinons également si cette forme fonctionnelle permet de reproduire de façon théorique les caractéristiques d'une économie affichant des sentiers de croissance équilibrée.

3.1 La fonction CES et ses propriétés

La fonction CES à rendements d'échelle constants est généralement présentée sous la forme suivante :

$$Y_t = F(K_t, L_t; A_t, B_t, \lambda, \delta) \equiv [\delta(B_t \cdot K_t)^{-\lambda} + (1-\delta)(A_t \cdot L_t)^{-\lambda}]^{-1/\lambda} \quad (1)$$

où Y_t est une mesure de la production réelle de l'économie, K_t est le stock de capital utilisé à la période t, L_t est la quantité du facteur travail utilisée

[10] Un modèle contenant plus d'un secteur d'activité pourrait parvenir à garantir des sentiers de croissance équilibrée sans recourir à cette hypothèse, en admettant toutefois que les taux de croissance de la productivité peuvent diverger de façon persistante entre les secteurs.

(mesurée en heures travaillées). Les termes A_t et B_t représentent l'efficacité spécifique avec laquelle chacun de ces facteurs est utilisé ou, autrement dit, l'état de la technologie qui leur est spécifique. En conséquence, le terme $A_t \cdot L_t$ reflète la quantité effective du facteur travail utilisée. Dans ce contexte, la quantité effective de facteur travail augmente avec une amélioration technologique qui lui est spécifique pour une quantité donnée de L_t. Le paramètre δ est lié à la part des facteurs travail et capital dans la production réelle. Le paramètre λ est lié à l'élasticité de substitution entre les facteurs de production.

Certaines conditions s'appliquent aux paramètres de la fonction $F(\cdot)$, soit $0 < \delta < 1$ et $-1 < \lambda \neq 0$. L'élasticité de susbstitution est donnée par $\sigma = \frac{1}{1+\lambda}$. Les hypothèses habituelles concernant la productivité marginale de K et L s'appliquent, c'est-à-dire $\frac{\partial F(\cdot)}{\partial j} > 0$ et $\frac{\partial^2 F(\cdot)}{\partial j^2} < 0$ pour $j = K, L$.

À partir de maintenant, nous omettons l'indice relatif à la période afin d'alléger la présentation. Puisque nous nous concentrons sur la situation de régime permanent, cette omission n'affectera pas la compréhension de ce qui suit.

On remarque que la fonction de production présentée en (1) est linéairement homogène et possède donc des rendements d'échelle constants. On peut aussi utiliser la formulation CES pour représenter une technologie qui assure des rendements d'échelle croissants ou décroissants. Pour ce faire, on ajoute un paramètre θ qui multiplie l'exposant du terme entre crochets dans l'équation (1). L'équation (1) devient alors :

$$F^*(\cdot) = [\delta(B \cdot K)^{-\lambda} + (1-\delta)(A \cdot L)^{-\lambda}]^{-\theta/\lambda}$$

La fonction $F^*(\cdot)$ est homogène de degré θ. Toutefois, comme nous le verrons, afin de garantir un sentier de croissance équilibrée en régime permanent, la fonction de production doit être linéairement homogène (c'est-à-dire $\theta = 1$).

L'avantage d'utiliser une formulation CES pour la fonction de production est qu'elle est flexible et englobe plusieurs autres formes fonctionnelles, selon la valeur du paramètre λ. Tout d'abord, la forme linéaire (où les facteurs travail et capital sont de parfaits substituts) est obtenue en prenant

$\lim_{\lambda \to (-1)} F(\cdot)$. L'élasticité de substitution est infinie dans ce cas. Ensuite, la formulation à proportions fixes de Leontieff (biens parfaitement complémentaires) est obtenue lorsqu'on évalue $\lim_{\lambda \to \infty} F(\cdot)$. L'élasticité de substitution est alors nulle. La formulation Cobb-Douglas est obtenue lorsqu'on prend $\lim_{\lambda \to 0} F(\cdot)$. Dans ce dernier cas, l'élasticité de substitution est unitaire ($\sigma = 1$)[11].

Les fonctions de productivité marginale des facteurs travail et capital (en log.) sont respectivement :

$$\begin{aligned} LPmL_t &= log(1-\delta) - \lambda log(A_t) + (1+\lambda) log(\Upsilon_t / L_t) \\ LPmK_t &= log(\delta) - \lambda log(B_t) + (1+\lambda) log(\Upsilon_t / K_t) \quad . \end{aligned}$$

On peut voir que le paramètre de substitution, λ, influence la réaction de la productivité marginale du facteur travail suite à l'ajout d'une unité de ce facteur. Il en va de même pour la productivité marginale du capital lorsqu'on ajoute une unité matérielle de capital. Si l'on ajoute une unité de travail, l'ampleur du changement de $LPmL$ dépend de la valeur de λ. On peut montrer que le changement sera plus important lorsque les facteurs travail et capital sont fortement complémentaires ($\lambda > 0$ ou $\sigma < 1$) en comparaison avec le cas où le degré de substituabilité est plus élevé. Prenons le cas Cobb-Douglas, avec $\lambda = 0$, comme point de comparaison. Pour chacun des cas CES et Cobb-Douglas, la fonction $LPmL$ est donnée respectivement par :

$$\begin{aligned} LPmL_t^{CES} &= log(1-\delta) - \lambda log(A_t) + (1+\lambda) log(\Upsilon_t / L_t) \\ LPmL_t^{CD} &= log(1-\delta) + log(\Upsilon_t / L_t) \quad . \end{aligned}$$

Un accroissement de L_t implique une diminution de $log(\Upsilon_t / L_t)$ en raison des rendements marginaux décroissants de L et K. Avec des facteurs complémentaires, nous avons $(1+\lambda) > 1$. En conséquence, la baisse de la productivité marginale suite à l'ajout d'une unité physique du facteur travail est plus importante dans le cas de facteurs de production fortement complémentaires que dans le cas d'une formulation Cobb-Douglas. Ce résultat

[11] Consulter Arrow et coll. (1961) pour plus de détails sur ces résultats.

est assez intuitif. Si les facteurs travail et capital sont parfaitement complémentaires, l'ajout d'une unité de travail amènera une baisse dramatique de la productivité marginale de ce facteur, étant donné le niveau inchangé du stock de capital[12,13].

3.2 Le problème des firmes

Le problème des firmes est de choisir la quantité de travail et de capital à utiliser afin de maximiser leurs profits. Nous supposons un cadre de concurrence parfaite pour le marché des biens et services et celui des facteurs de production[14]. L'ensemble des profits (Π) dans l'économie est donné par :

$$\Pi = P \cdot Y - WN \cdot L - CCN \cdot K \ ,$$

où P est le niveau général des prix dans l'économie (au coût des facteurs), Y la production réelle, WN le salaire nominal payé par les firmes, CCN le coût nominal d'utilisation du capital.

Les CPO (conditions de premier ordre) du problème de maximisation des profits sont :

$$\frac{L}{Y} = \left(\frac{WN}{P} \cdot \frac{A^{\lambda}}{(1-\delta)} \right)^{-\frac{1}{\lambda+1}} \tag{2}$$

pour la CPO par rapport au facteur travail et

$$\frac{K}{Y} = \left(\frac{CCN}{P} \cdot \frac{B^{\lambda}}{\delta} \right)^{-\frac{1}{\lambda+1}} \tag{3}$$

[12] On peut penser à l'exemple d'un chantier de construction où la productivité marginale d'un marteau est nulle s'il n'y a pas de travailleur additionnel pour l'utiliser.

[13] On peut voir dans Murchison (2005) et Binette et coll. (2005) que le coût marginal calculé à partir d'une formulation CES avec élasticité de susbstitution inférieure à un est un des éléments nécessaires à l'obtention d'un coût marginal plus procyclique en comparaison à celui qui découle d'une formulation Cobb-Douglas.

[14] L'hypothèse de concurrence imparfaite n'affecterait pas les conclusions présentées dans cette section dans la mesure où le cadre compétitif ne change pas.

pour la CPO par rapport au facteur capital. Afin de faciliter la discussion et la présentation des résultats des estimations, nous utiliserons la version logarithmique des équations (2) et (3), qui deviennent respectivement les équations (4) et (5) ci-dessous (les lettres minuscules représentent la version logarithmique de leur contre-partie majuscule)[15] :

$$l - y = \sigma log(1 - \delta) - \sigma \lambda log(A) - \sigma(wn - p) \tag{4}$$

$$k - y = \sigma log(\delta) - \sigma \lambda log(B) - \sigma(ccn - p) \quad . \tag{5}$$

3.3 Les conditions d'obtention d'un sentier de croissance équilibrée

Le premier objectif théorique est de vérifier quelles sont les conditions qui assurent un sentier de croissance équilibrée dans le cas d'une formulation CES. L'expression « sentier de croissance équilibrée » désigne des taux de croissance du capital, du travail et de la production qui sont constants en régime permanent. En fait, dans un modèle de croissance néoclassique où l'on ne considère que des taux de croissance constants de la technologie et un taux d'épargne constant, seul le progrès qui accroit l'efficacité du facteur travail (A_t) est compatible avec l'existence d'une croissance équilibrée des variables réelles en régime permanent. Nous utilisons le modèle de croissance de Solow-Swan pour établir ce résultat. En fait, la discussion qui suit est basée sur celle de Barro et Sala-i-Martin (1995)[16].

Une des implications du modèle de croissance Solow-Swan, avec progrès technologique, est que la croissance du capital par unité de facteur travail, $\dot{k}$, est égale à la différence entre l'investissement (brut) par habitant et la somme du taux de croissance exogène de la population et du taux de dépréciation (consulter Romer (1996) et Barro et Sala-i-Martin (1995)). Plus

[15] Ces équations sont les fonctions de demande conditionnelles des facteurs travail et capital (conditionnelles à y, $wn - p$ et $ccn - p$).

[16] On peut aussi consulter Uzawa (1961).

formellement, nous avons :

$$\dot{k} \equiv \left[\frac{\dot{K}}{L}\right] = s \cdot \frac{1}{L} F(B \cdot K, A \cdot L) - (n + \rho) \cdot k \ .$$

où $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ pour désigner l'accroissement dans le temps de la variable x, $k = K/L$ et s, n et ρ sont respectivement le taux d'épargne, le taux de croissance de la population et le taux de dépréciation. Dans ce modèle, s, n et ρ sont exogènes et l'on suppose que l'épargne est totalement investi. On suppose donc un modèle d'économie fermée. Le terme $(n + \rho)$ représente le taux de dépréciation effectif du capital par unité de travail, k. Donc, le terme $s \cdot F(\cdot) - (n + \rho)$ équivaut à l'investissement net en capital par habitant.

Aucune forme spécifique n'est imposée pour cette fonction $F(\cdot)$, mais nous devons supposer qu'elle est linéairement homogène. La discussion qui suit mettra clairement en évidence l'utilité de cette hypothèse pour établir les conditions d'un sentier de croissance équilibrée. Puisque cette fonction est linéairement homogène, l'expression ci-dessus peut s'écrire :

$$\dot{k} = s \cdot F(B \cdot k, A) - (n + \rho) \cdot k \quad . \tag{6}$$

Le terme $s \cdot F(B \cdot k, A)$ représente donc le niveau d'épargne et d'investissement par habitant. Si l'on divise les deux cotés de l'équation (6) par k, on obtient le taux de croissance de k, $\frac{\dot{k}}{k}$, représenté par :

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \cdot \frac{F(\cdot)}{k} - (n + \rho) = s \cdot F\left(B, \frac{A}{k}\right) - (n + \rho) \quad .$$

Nous voulons établir sous quelles conditions on obtient un taux de croissance stable du stock de capital par habitant, donné par $\frac{\dot{k}}{k}$, en régime permanent. On doit donc trouver les conditions qui rendent $F\left(B, \frac{A}{k}\right)$ constant puisque n et ρ, de même que s, sont constants par hypothèse. L'expression précédente peut s'écrire ainsi :

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \cdot BF\left(1, \frac{A}{B \cdot k}\right) - (n + \rho) \ . \tag{7}$$

et elle démontre qu'il y a deux façons d'avoir $\frac{\dot{k}}{k}$ constant en régime permanent. Tout d'abord, il y a le cas où B est constant. Dans ce cas, pour que $BF(1, \frac{A}{B \cdot k})$ soit constant, on doit avoir que $\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A}$, ce qui signifie :

$$\frac{\dot{K}}{K} = n + \frac{\dot{A}}{A} \ .$$

La deuxième condition pour que $BF\left(1, \frac{A}{B \cdot k}\right)$ soit constant est que tout changement de B soit annulé par un changement équivalent en direction opposée de $F\left(1, \frac{A}{B \cdot k}\right)$. On peut montrer que la fonction de production possède une formulation Cobb-Douglas (avec $\sigma = 1$) dans cette situation. Ce résultat signifie que si $\dot{B} \neq 0$ et qu'il existe un régime permanent stable, alors la fonction de production doit avoir une formulation Cobb-Douglas. De plus, si la fonction de production est de forme Cobb-Douglas avec un terme de progrès technologique multifactorielle (ou neutre au sens de Hicks), alors le progrès technologique peut s'exprimer strictement en termes spécifiques au facteur travail[17]. En raison de ce résultat, on peut supposer que le progrès technologique n'affecte que l'efficacité du facteur travail, et donc que $\dot{B} = 0$.

Une implication importante de cette discussion est que Y/K est constant, puisque cette variable est définie comme étant $\frac{F(\cdot)}{k}$ et que cette dernière est constante. On obtient donc :

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = n + \frac{\dot{A}}{A} \quad ,$$

qui veut dire que le taux de croissance de la production en régime permanent est égal à la somme des taux de croissance de la population et de l'efficacité du facteur travail. Puisque $s \cdot \frac{F(\cdot)}{k}$ est constant, nous posons que l'épargne, l'investissement et la consommation croissent aussi au rythme $(n + \frac{\dot{A}}{A})$ en régime permanent et demeurent une fraction constante de la production.

[17] Consulter Barro et Sala-i-Martin (1995), p. 54-55 pour la dérivation algébrique de ce résultat.

Les résultats présentés ici sont dérivés du modèle de croissance de Solow-Swan, qui suppose une économie fermée et que le taux d'épargne s est exogène et constant. Toutefois, ces résultats demeurent valides dans la situation d'une économie ouverte et où le taux d'épargne (au pays et à l'étranger) est endogène, à condition qu'il soit stationnaire[18].

3.4 La fonction CES et les sentiers de croissance équilibrée

La condition de stabilité du sentier de croissance d'une économie néoclassique énoncée ci-haut et ses implications pour les ratios $\frac{K}{Y}$ et $\frac{K}{L}$ servent à vérifier si les caractéristiques d'un sentier de croissance équilibrée (ou de Kaldor) sont compatibles avec les propriétés théoriques de la fonction de production CES.

Les deux premières caractéristiques énoncées par Kaldor sont vérifiées dans la discussion ci-haut. Ces caractéristiques concernent la hausse de la production par habitant et la stabilité de l'intensité d'utilisation du facteur capital. Nous avons vu que si le progrès technologique fait augmenter l'efficacité du facteur travail et que la fonction de production est linéairement homogène, nous avons un taux de croissance constant de Y/L de même qu'un ratio K/Y constant. La troisième caractéristique, qui concerne la tendance à la hausse de l'intensité du capital par unité de facteur travail, est aussi vérifiée, puisque $\frac{k}{k} = \dot{A}$.

L'énoncé qui concerne la stabilité relative du rendement réel du capital peut aussi être vérifié. On doit calculer la dérivée temporelle de la productivité marginale du capital PmK. On trouve alors :

$$\dot{PmK} = \delta \left[\frac{d((Y/K)^{1+\lambda})}{dt} B^{-\lambda} + [\dot{B^{-\lambda}}] \left(\frac{Y}{K} \right)^{1+\lambda} \right] \quad . \tag{8}$$

[18] Ce dernier point souligne le fait que les conditions d'obtention d'un sentier de croissance équilibrée dans un modèle dynamique d'équilibre général dépendent également de composantes du modèle autres que le secteur des entreprises (entre autres le secteur des ménages).

Puisque Y/K est constant et que $\dot{B} = 0$, alors $PmK = 0$. Le taux de rendement de la productivité marginale du capital est donc constant.

La dernière caractéristique concerne la stabilité de la portion du revenu national nominal affectée aux facteurs travail et capital. Par définition, la part du facteur travail dans le revenu national (S_L) est donnée par :

$$S_L = \frac{WN}{P} \cdot \frac{L}{Y} \tag{9}$$

et celle du capital est donc $S_K = 1 - S_L$. En régime permanent, la productivité marginale du travail (PmL) est égale au salaire réel. En utilisant ce résultat, nous pouvons réécrire l'équation (9) comme étant $S_L = PmL \cdot \frac{L}{Y}$. Après plusieurs manipulations algébriques, cette expression s'écrit comme suit :

$$S_L = (1-\delta)\left(\frac{A \cdot L}{Y}\right)^{-\lambda} \cdot \left[\delta\left(\frac{B \cdot K}{Y}\right)^{-\lambda} + (1-\delta)\left(\frac{A \cdot L}{Y}\right)^{-\lambda}\right]^{-\frac{(1+\lambda)}{\lambda}} \tag{10}$$

On peut voir que S_L est constant en régime permanent, étant donné que $\dot{B} = 0$, $\left[\frac{\dot{K}}{Y}\right] = 0$ et $\left[\frac{\dot{A} \cdot L}{Y}\right] = 0$. La valeur de l'élasticité de substitution n'affecterait pas la stabilité de S_L. En conséquence, l'utilisation d'une fonction de production CES ayant une élasticité de substitution différente de 1 serait conforme à cette propriété. La valeur de l'élasticité de substitution affecterait plutôt la moyenne de S_L[19].

L'équation (10) montre que la portion du facteur travail dans le revenu devrait fluctuer à court et à moyen terme avec les mouvements de K, L, Y et A dans le cas où $\sigma \neq 1$. Dans le cas Cobb-Douglas ($\sigma = 1$), nous avons $S_L = (1-\delta)$, de sorte que cette variable devrait être constante tant à court terme qu'en régime permanent. En fait, l'interprétation stricte de ce résultat est que les écarts observés entre la série S_L et sa valeur de régime permanent

[19] À partir de la CPO (2) et en multipliant les deux côtés de l'égalité par $\frac{WN}{P}$, on obtient $S_L = (1-\delta)^{\sigma}\left(\frac{W}{A}\right)^{1-\sigma}$ où $W = \frac{WN}{P}$. Cela signifie qu'en régime permanent, S_L est constant si le salaire réel augmente au même rythme que l'efficacité du facteur travail. Ce résultat tient indépendemment de la valeur de σ.

$(1-\delta)$ devraient montrer très peu de persistence. Inversement, dans le cas où $\sigma \neq 1$, on peut voir que S_L fluctue à court et à moyen terme avec les mouvements d'une ou de plusieurs des variables déterminantes, étant donné la rigidité relative de ces variables à court terme.

On peut montrer que, lorsque l'économie est soumise à un choc de demande, qui se caractérise aussi dans les données par un accroissement de la productivité moyenne du travail, la série S_L est anticyclique[20]. Ce résultat est compatible avec le comportement de S_L sur la période d'observation, puisque cette variable a généralement varié en sens inverse de celui de l'écart de production. Donc, cette caractéristique du comportement de S_L sur longue période, combinée au fait que ses écarts par rapport à sa moyenne de long terme ont affiché une grande persistence (on a même du mal à rejeter l'hypothèse qu'elle est non stationnaire), donne à penser qu'une formulation CES avec une élasticité de substitution différente de 1 serait plus compatible avec les données canadiennes qu'une formulation Cobb-Douglas.

4 Estimation de l'élasticité de substitution

Dans cette section, nous estimons l'élasticité de substitution entre les facteurs de production travail et capital, σ. On a le choix entre plusieurs options pour estimer ce paramètre. La première consiste à calculer la variation, en pourcentage, des ratios K/L et CCN/HN entre deux instants précis de la période étudiée. La deuxième option consiste à estimer le paramètre σ à partir des conditions de premier ordre du problème d'optimisation de la firme. En fait, cette option offre deux méthodologies pour estimer σ. La première consiste à utiliser l'analyse de cointégration. Dans la mesure où les conditions de premier ordre (CPO) données par les relations (4) et (5) ci-dessus sont des relations de cointégration, on peut obtenir un estimateur (super) convergent de σ par MCO en utilisant la méthode de Engle-Granger (ou de

[20] On peut voir dans Murchison (2005) que la présence d'une élasticité de substitution inférieure à 1 permet d'accroître le comportement anticyclique de la productivité marginale du travail. Toutefois, elle n'est pas suffisante pour générer une productivité moyenne du travail procyclique, comme c'est le cas dans les données canadiennes. Cette dernière propriété peut être générée en supposant la rétention du facteur travail (physique) ou sinon en incluant l'effort comme facteur de production additionnel.

Saikkonen). Toutefois, un problème important associé à l'utilisation de cette méthode est que nous devons utiliser dans ce cas une mesure des variables A_t et B_t. Comme ces dernières ne sont pas observées dans ce cadre d'estimation, nous devons supposer qu'elles peuvent être approximées par des tendances déterministes pour appliquer ce cadre d'estimation. Si cette approximation est très mauvaise, il serait difficile d'établir que les CPO sont des relations de cointégration et donc d'obtenir une estimation (convergente) de σ. Une autre façon d'estimer les paramètres des CPO consiste à utiliser un cadre espace-état. Ce cadre permet également de tenir compte de la présence de variables non observées en fournissant une estimation de ces variables.

4.1 Calcul de la variation des ratios

La première option est possiblement la plus simple, mais elle est peut-être la moins précise pour deux raisons. Les résultats sont très sensibles à la valeur de départ et nous avons des réserves en ce qui concerne la mesure du coût d'utilisation du capital (CCN). Pour appliquer cette méthode, on utilise la formule suivante, dans le cas de l'élasticité du ratio K/L par rapport à une modification de leur prix relatif, WN/CCN :

$$\sigma_{K/L} = \frac{\frac{(K/L)_{T_2} - (K/L)_{T_1}}{(K/L)_{T_2}}}{\frac{(WN/CCN)_{T_2} - (WN/CCN)_{T_1}}{(WN/CCN)_{T_2}}} \quad . \tag{11}$$

Le Graphique 8 présente l'évolution de trois mesures de cette variable sur la période 1991-2001. Ces trois mesures diffèrent en ce qui concerne la date initiale, T_1. Le graphique présente la valeur de $\sigma_{(K/L),t}$ donnée par l'équation (11), mais avec $T_1 = 1982T1, 1984T1, 1986T1$ et $t = T2$ qui est représenté en abscisse[21]. Les séries présentées au Graphique 8 donnent à penser que l'élasticité de substitution aurait été inférieure à 1 en moyenne au cours de la période considérée. Toutefois, on constate que la valeur de $\sigma_{(K/L),t}$ a connu beaucoup de variations au cours de la période d'observation, ce qui donne à penser que cette variable est très sensible à la période considérée. De plus, la différence entre les trois mesures de $\sigma_{(K/L),t}$ confirme que la date initiale influence grandement les résultats. Pour ces raisons, en plus des réserves que nous avons

[21] Le suffixe $T1$ signifie premier trimestre de l'échantillon.

concernant la mesure du coût d'utilisation du capital, nous n'accorderons pas beaucoup d'importance à l'estimation de l'élasticité de substitution basée sur cette méthode. Toutefois, il est intéressant de noter que la valeur calculée de cette élasticité est généralement inférieure à 1 pour les trois séries présentées au Graphique 8.

4.2 Estimation de l'élasticité de substitution à partir des CPO dans un cadre d'analyse de cointégration

La deuxième méthode servant à estimer l'élasticité de substitution consiste à utiliser les CPO du problème de maximisation de la firme, dont les versions logarithmiques sont données par les équations (4) et (5). Ces CPO représentent les conditions d'équilibre (partiel) du problème d'optimisation de la firme, et l'analyse de cointégration permet d'estimer les paramètres de ces équations dans la situation où elles représentent des relations de cointégration. Un des avantages de l'utilisation de cette méthode est qu'elle permet d'estimer le paramètre σ sans utiliser de mesure du coût d'utilisation du capital. L'hypothèse que la fonction de production est linéairement homogène explique ce résultat puisque, dans ce cas, elle assure une relation entre la productivité moyenne du facteur travail et le salaire réel, laquelle est indépendante du stock de capital. Arrow et coll. (1961) montrent que l'information sur σ peut être obtenue simplement de l'observation d'une relation entre la productivité du travail et le salaire réel[22].

Dans cette section, nous considérons la période allant de 1966T1 à 2001T4. Les données sont à la fréquence trimestrielle. L'Annexe 2 contient la description des séries utilisées dans cette section. Pour estimer σ, nous devons d'abord tester si les CPO représentent des relations de cointégration. Pour ce faire, nous avons considéré les modèles de régression statique suivants :

[22] La classe des fonctions de production qui ont cette propriété est plus large que celle des fonctions linéairement homogènes. En fait, la fonction de production $Y = H(C(K), L)$ doit être linéairement homogène en $C(\cdot)$ et L. Si la fonction $H(\cdot)$ est linéairement homogène en K et L, cela implique que $C(K)$ est une proportion constante de K. Consulter Arrow et coll. (1961) à ce sujet.

$$(l-y)_t = \beta_0^* + \beta_1^* log(A_t) + \beta_2^*(wn-p)_t + \epsilon_{ly,t} \tag{12}$$

$$(k-y)_t = \gamma_0^* + \gamma_1^* log(B_t) + \gamma_2^*(ccn-p)_t + \epsilon_{ky,t} \tag{13}$$

avec

$$\beta_0^* = \sigma log(1-\delta), \quad \beta_1^* = -\sigma\lambda, \quad \beta_2^* = -\sigma,$$

$$\gamma_0^* = \sigma log(\delta), \qquad \gamma_1^* = -\sigma\lambda, \quad \gamma_2^* = -\sigma \quad .$$

La variable A_t représente le progrès technique relié strictement au facteur travail et B_t, le progrès technique relié strictement au facteur capital. Puisque ces variables ne sont pas observées, nous devons faire l'hypothèse qu'elles peuvent être approximées par une tendance déterministe[23]. Dans ce cas, si nous supposons une tendance linéaire pour ces variables, nous pouvons les exprimer comme suit :

$$A_t = A_0 e^{\theta_A t}; \quad B_t = B_0 e^{\theta_B t} \ .$$

avec θ_A et θ_B qui représentent les taux de croissance de A_t et B_t respectivement et A_0 et B_0 leur valeur initiale respective. En conséquence, les modèles de régression (12) et (13) peuvent être réécrits ainsi :

$$(l-y)_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2(wn-p)_t + \epsilon_{ly,t} \tag{14}$$

$$(k-y)_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot t + \gamma_2(ccn-p)_t + \epsilon_{ky,t} \tag{15}$$

avec

[23] Nous avons considéré les cas des tendances linéaire et quadratique dans les tests de cointégration que nous avons effectués. Les résultats donnent à penser que l'utilisation d'une tendance quadratique n'ajoute rien. Nous allons concentrer la discussion sur le cas d'une tendance linéaire seulement.

$$\beta_0 = (\sigma log(1-\delta) + (\sigma-1)log(A_0)). \quad \beta_1 = -(1-\sigma)\theta_A. \quad \beta_2 = -\sigma$$

$$\gamma_0 = (\sigma log(\delta) + (\sigma-1)log(B_0)). \qquad \gamma_1 = -(1-\sigma)\theta_B. \quad \gamma_2 = -\sigma$$

Nous avons essayé de déterminer, à l'aide de la méthode proposée par Engle et Granger, si les résidus des relations (14) et (15) étaient stationnaires. Tout d'abord, on ne peut trouver de relation de cointégration entre les (log.) des ratios K/Y et CCN/P. Nous obtenons ce résultat avec la mesure du coût d'utilisation du capital de MTP/QPM. Il est difficile d'estimer le paramètre σ à partir de la CPO par rapport au facteur capital. Nous proposons deux explications à cette difficulté à trouver une relation de cointégration entre le stock de capital et son coût d'utilisation. La première est que la littérature reconnait la difficulté de construire une bonne approximation du coût d'utilisation du capital. La deuxième concerne la mesure du facteur capital que nous devrions utiliser. Celle utilisée ici est en fait le stock en place. On peut raisonnablement penser qu'il est très couteux pour une firme d'ajuster cette variable suite à un choc du coût d'utilisation (ou un choc de demande) en raison de l'importance considérable des coûts d'ajustement. En fait, une mesure du stock de capital utilisé plutôt que de celui mis en place pourrait aider à obtenir que la relation (15) soit cointégrée, puisqu'il est beaucoup moins couteux d'ajuster le taux d'utilisation du capital lorsque la firme fait face à une hausse imprévue de la demande pour son produit. Ce dernier facteur nous incite fortement à penser que nous devons tenir compte du taux d'utilisation du capital lorsque nous dérivons le problème de la firme. Cependant, une mesure fiable du stock de capital utilisé est difficile à obtenir et dépasse largement les objectifs de la présente étude. Pour ces raisons, nous concentrons le reste de la discussion sur les résultats associés à l'estimation de la CPO par rapport au facteur travail.

Les résultats donnent aussi à penser qu'il n'y aurait pas de preuve de cointégration dans le cas de la CPO par rapport au facteur travail (relation 14), comme semblent l'indiquer les résultats du test de cointégration appliqué à cette relation. Le Tableau 3a présente ces résultats. La colonne $t_{z\sim I(1)}$ représente la statistique t utilisée pour tester l'hypothèse nulle que la relation n'est pas cointégrée. Nous avons retenu deux définitions du salaire réel. La première ($W/N/DPIB$) est le salaire nominal, divisé par le dégonfleur du PIB. La seconde ($W/N/DPIBcor$) est le salaire nominal divisé par le dégonfleur du PIB ajusté en fonction de l'incidence des impôts indirects. Cette

dernière mesure est peut-être la plus pertinente pour les firmes, puisqu'elle représenterait mieux le coût réel d'une unité de facteur travail. Pour ces deux définitions, on ne peut rejeter l'hypothèse que la relation (14) n'est pas une relation de cointégration[24].

Le non-rejet de l'hypothèse d'absence de cointégration peut s'expliquer par la faible puissance du test utilisé, qui permet difficilement de rejeter cette hypothèse lorsqu'il y a réellement cointégration. Toutefois, l'explication qui nous semble la plus plausible est qu'une tendance déterministe linéaire est une mauvaise approximation de la variable d'efficacité du facteur travail.

Tableau 3a : Estimation et tests appliqués à la relation 14

Mesures du salaire réel	Coefficients estimés et statistiques			
	β_0	β_1	β_2	$t_{\varepsilon^* I(1)}$
$W = \frac{WN}{DPIB}$	-3.88	-0.0016	-0.59	-2.96
$W = \frac{WN}{DPIBcor}$	-3.83	-0.0019	-0.48	-2.35

L'absence de résultats favorables à la présence de cointégration implique que la relation estimée est trompeuse. Toutefois, si l'on croit que cette conclusion est plutôt due à la faible puissance du test utilisé, il est intéressant de constater que les signes des coefficients estimés de β_1 et β_2 sont compatibles avec la théorie (l'estimateur des MCO serait alors superconvergent dans cette éventualité). La valeur estimée de β_2 indique une élasticité de substitution (σ) qui se situe entre 0.5 et 0.6. De plus, le paramètre associé au taux de croissance de l'efficacité du facteur travail ($\theta_A = \frac{-\beta_1}{1+\beta_2}$) se situerait autour de 1.5-1.6 % (en taux annuel). En fait, ce taux estimé est très près du taux de croissance moyen observé sur la période d'observation pour le PIB par unité de facteur travail (Y/L), qui est égal à 1.6 %.

[24] Les valeurs critiques asymptotiques aux niveaux de 15% et 10% sont respectivement -3.33 et -3.52. Les critères de sélection d'AIC et SIC suggèrent de n'inclure aucun retard de la différence première de $\epsilon_{ly,t}$ dans la régression pour tester la stationnarité de cette série. Nous arrivons aussi à cette conclusion en utilisant la méthode de sélection « général à spécifique » proposée par Campbell et Perron (1991).

Puisque les preuves attestant d'une relation de cointégration entre $(l-y)$ et $(wn-p)$ semblent plutôt faibles, on peut tout simplement écrire la relation (12) en différence première pour obtenir une estimation de σ. On obtient alors le modèle de régression suivant :

$$\Delta(l-y)_t = \mu\Delta log(A_t) + o\Delta(wn-p)_t + u_t \quad . \tag{16}$$

où $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$, $\mu = -\lambda\sigma$, $o = -\sigma$ et $u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$. Si l'on suppose (comme c'est souvent le cas) que $log(A_t)$ est une marche aléatoire avec dérive θ_A, on obtient alors $\mu = -\lambda\sigma\theta_A = -(1-\sigma)\theta_A$. Les résultats de l'estimation du modèle de régression (16) par MCO sont présentés au Tableau 3b.

Tableau 3b : Estimation et tests appliqués à la relation 16

Mesures du salaire réel		Coefficients estimés et statistiques			
		μ	o	LB^a	F_{calc} $(signif.)$
$W = \frac{WN}{DPIB}$	valeurs	-0.0017	-0.549	0.792	29.98 (0.00)
	(t-stat)	(-3.04)	(-9.44)		
$W = \frac{WN}{DPIBcor}$	valeurs	-0.0021	-0.451	0.726	46.40 (0.00)
	(t-stat)	(-3.52)	(-7.90)		

[a] Degré de signification de la statistique de Ljung-Box pour tester si les résidus estimés, $\{\hat{u}_t\}$, sont bruits blancs (jusqu'à 36 retards considérés).

Ces résultats donnent à penser que l'élasticité de substitution se situerait entre 0.45 et 0.55 selon la définition du salaire réel utilisée. Également, le taux de croissance trimestriel moyen de l'efficacité du facteur travail $\left(\theta_A = \frac{-\mu}{1+o}\right)$ serait de 1.5 % (à taux annuel) pour les deux définitions retenues du salaire réel. L'élasticité de substitution estimée semble donc nettement inférieure à 1. Nous avons voulu nous assurer de cette conclusion en testant cette hypothèse. En fait, sous l'hypothèse nulle d'une élasticité de substitution unitaire,

le modèle (16) s'écrit :

$$\Delta(l-y)_t = -\Delta(wn-p)_t + v_t \quad .$$

avec $v_t \sim iid(0, \sigma_v^2)$. Nous avons testé l'hypothèse nulle conjointe, H_0 : $\mu = 0, o = -1$ avec un test de Fisher classique. La statistique calculée (F_{calc}) et son degré de signification sont affichés au Tableau 3b. D'après ce test, on rejette l'hypothèse d'une élasticité de substitution unitaire. Selon ces résultats, une formulation Cobb-Douglas ne conviendrait donc pas pour représenter les données canadiennes.

4.3 Estimation de l'élasticité de substitution à partir des CPO dans un cadre espace-état

Le cadre d'estimation espace-état utilise aussi les CPO du problème de la firme pour estimer l'élasticité de substitution. L'avantage de ce cadre d'estimation par rapport au cadre d'analyse de cointégration est qu'il fournit une estimation de la variable non observée $log(A_t)$. Ainsi, nous ne sommes pas contraints de supposer une tendance déterministe pour représenter cette variable comme dans le cadre d'une analyse de cointégration.

Le premier modèle considéré pour l'estimation dans le cadre espace-état est le suivant :

$$(l-y)_t = o_0 + o_1 log(A_t) + o_2(wn-p)_t + \varepsilon_t \tag{17}$$

$$log(A_t) = \mu + log(A_{t-1}) + \eta_t \quad . \tag{18}$$

Les équations (17) et (18) représentent respectivement l'équation de mesure et l'équation de transition. Cette dernière illustre le fait que nous supposons que l'efficacité du facteur travail possède une tendance stochastique. Nous supposons que $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $\eta_t \sim iid(0, \sigma_\eta^2)$ et que $E(\varepsilon_s \eta_t) = 0 \ \forall s, t$. De plus, nous supposons que la valeur initiale de la variable d'état, $log(A_0)$, possède une moyenne a_0 et une variance égale à P_0 et que $E(log(A_0) \cdot \varepsilon_t) = 0$ ainsi que $E(log(A_0) \cdot \eta_t) = 0 \ \forall t$. Étant donné ces hypothèses, on peut montrer

que le terme η_t est non corrélé avec toutes les valeurs retardées de la variable d'état. Le filtre de Kalman permet de construire la log vraisemblance de $\{\varepsilon_t\}$, et l'estimateur du maximum de vraisemblance nous donne les valeurs estimatives des paramètres du système exposé précédemment, de même qu'une estimation de la variable d'état $log(A_t)$. Cependant, l'objectif de cette étude n'est pas de présenter ce cadre d'estimation. Le lecteur intéressé trouvera dans Hamilton (1994, chap. 13) ou Harvey (1993, chap. 4) une présentation exhaustive de ce cadre.

Le Tableau 4a affiche les résultats de l'estimation du système composé des équations (17) et (18). Les signes des coefficients estimés sont conformes à la théorie économique. Le taux de croissance trimestriel de l'efficacité du facteur travail (μ) se situerait entre 0.6 % et 0.7 % selon la définition du salaire réel utilisée, soit des taux annualisés respectifs de 2.4 % et 2.8 %. Ces taux sont relativement élevés puisque la progression du PIB par unité de facteur travail aurait été d'environ 1.5-1.6 % sur la période considérée (voir la section 4.2). L'élasticité de substitution (captée par $-o_2$) se situerait entre 0.43 et 0.53 selon les résultats présentés ici. La valeur estimative de o_1 est -0.3. La condition de premier ordre (équation 4) implique un lien entre o_1 et o_2, plus précisément $o_1 = -(1 + o_2)$. Nous avons testé cette hypothèse, de même que celle qui suppose que le taux de croissance moyen (annualisé) de la production par habitant a été de 1.6 % au cours de la période d'observation (ce qui reflète le taux de croissance moyen de Y/L au cours de cette période). Ainsi, l'hypothèse nulle conjointe qui nous intéresse est :

$$H_0 : \mu = 0,004, \quad o_1 = -(1 + o_2) \quad .$$

L'équation (17) est une relation de cointégration, comme l'équation (14). La différence provient du fait que l'équation (14) supposait une tendance déterministe (linéaire) pour le processus $\{\log(A_t)\}$, alors que l'équation (17) suppose que cette variable est une marche aléatoire avec dérive, qui peut être représentée par l'équation (18). Dans ce dernier cas, le vecteur de cointégration est estimé conjointement avec le profil de la variable $\{\log(A_t)\}$. L'inférence relative au vecteur de cointégration (ou subsidiairement sur les paramètres de la relation 17) est compliquée par le fait que le système espace-état (17)-(18) contient une variable d'état qui est non stationnaire. De plus, on peut probablement transposer à notre cadre d'estimation le problème

de superconvergence de l'estimateur MCO d'un vecteur de cointégration[25]. Donc, toute inférence relative aux paramètres de la relation (17) basée sur les statistiques t et F usuelles pourrait conduire à des conclusions erronées. L'élaboration d'une méthode d'inférence appropriée dans le cas qui nous concerne dépasse largement les objectifs de la présente étude.

Cependant, nous avons tout de même tenté de tester l'hypothèse conjointe ci-dessus en faisant certaines hypothèses. Toutefois, puisque ces hypothèses peuvent sembler restrictives, les conclusions tirées de cet exercice doivent être considérées avec prudence et à titre indicatif seulement. Si les résidus de la relation de cointégration (17) sont des bruits blancs et normaux et que les variables $\log(A)$ et lw sont des marches aléatoires, les statistiques t et F usuelles pourraient servir à déterminer si les paramètres de la relation (17) sont significatifs[26]. En fait, nous ne pouvons rejeter l'hypothèse que les résidus de la relation (17) sont normaux et semblent i.i.d., et ce pour les deux définitions du salaire réel utilisées[27]. Cependant, comme il a été mentionné ci-dessous, ce résultat provient fort probablement du fait que le cadre d'estimation utilisé transfère toutes les fluctuations des moyennes et basses fréquences à la série $\log(A_t)$. Afin de tester l'hypothèse $\mu = 0,004, \quad \alpha_1 = -(1+\alpha_2)$, nous devons également supposer que la série $\{\log(A_t)\}$ qui découle de cette estimation est une représentation très fidèle de l'efficacité du facteur travail. En admettant ces hypothèses (très restrictives toutefois), nous sommes en mesure d'appliquer un test de Wald usuel pour tester l'hypothèse conjointe ci-dessus. La statistique de Wald calculée ainsi que son degré de signification sont présentés au Tableau 4a dans la colonne identifiée $W^{calc}_{(\mu,\alpha_1,\alpha_2)}$. On peut voir que l'on ne rejette pas cette hypothèse conjointe pour les deux définitions du salaire réel. À la lumière de cette conclusion, nous avons réestimé les relations (17) et (18) en imposant ces contraintes. Le Tableau 4b présente les résultats de cette estimation. On peut remarquer que la valeur estimative de l'élasticité de substitution est très proche de celle obtenue de l'estimation du système non contraint. Ainsi, la valeur estimative de α_2 donne à penser que l'élas-

[25] Consulter Hamilton (1994) ou Campbell et Perron (1991) pour l'inférence relative au vecteur de cointégration dans un cadre à une seule équation (Engle-Granger).

[26] Consulter Hamilton (1994). En fait, on suppose ici que les propriétés de l'estimateur MCO dans ce cas se transposent à l'estimateur MV.

[27] Le seuil de signification de la statistique Jarque-Bera (pour l'hypothèse nulle de normalité) appliquée à $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ est 0,54 dans le cas de la relation qui utilise $W = \frac{WN}{DPIB}$ et 0,69 dans le cas de celle qui utilise $W = \frac{WN}{DPIBcor}$.

ticité de substitution entre les facteurs travail et capital se situerait entre 0.43 et 0.54, selon la définition du salaire réel utilisée. De plus, ce coefficient semble significativement différent de zéro. Afin de voir si une formulation Cobb-Douglas est compatible avec les données, nous avons testé l'hypothèse $H_0 : \sigma = -\alpha_2 = 1$ avec un test de Wald en utilisant le système contraint. La statistique calculée est présentée dans la colonne $W^{calc.}_{\sigma=1}$. La conclusion de ce dernier test donne à penser qu'une formulation Cobb-Douglas serait incompatible avec les données canadiennes.

Tableau 4a : Résultats de l'estimation du système espace-état (éq. 17-18)

Mesures du salaire réel		Coefficients estimés et statistiques						
		α_0	α_1	α_2	μ	σ_ε	σ_η	$W^{calc.}_{(\mu,\alpha_1,\alpha_2)}$
$W = \frac{WN}{DPIB}$	valeurs	-1.52	-0.293	-0.525	0.006	0.002	0.02	1.19
	signif.[a]	0.54	0.38	0.00	0.38	0.00	0.00	0.55
$W = \frac{WN}{DPIBcor}$	valeurs	-2.062	-0.296	-0.427	0.007	0.003	0.019	5.18
	signif.[a]	0.27	0.24	0.00	0.25	0.00	0.00	0.075

[a] Degré de signification

Tableau 4b : Résultats de l'estimation sous contrainte du système espace-état (éq. 17-18)

Mesures du salaire réel		Coefficients estimés et statistiques						
		α_0	α_1	α_2	μ	σ_ε	σ_η	$W^{calc.}_{\sigma=1}$
$W = \frac{WN}{DPIB}$	valeurs	-0.221	-0.456	-0.544	0.004	0.002	0.013	79.20
	signif.[a]	0.19	-	0.00	-	0.00	0.00	0.00
$W = \frac{WN}{DPIBcor}$	valeurs	-0.079	-0.565	-0.435	0.004	0.003	0.01	110.0
	signif.[a]	0.64	-	0.00	-	0.00	0.00	0.00

[a] Degré de signification

Le Graphique 9 présente l'estimation du log. naturel de la variable d'efficacité du facteur travail, $log(\hat{A}_t)$ dans ce cadre d'estimation estimée à l'aide de la version contrainte du système (c-à-d. avec $\mu = 0.004$ et $\alpha_1 = -(1 + \alpha_2)$) [28]. On peut remarquer que cette variable estimée (pour chacune des deux définitions du salaire réel considérées) subit des fluctuations cycliques importantes. Cela découle probablement du fait que les mouvements cycliques du processus $\{\varepsilon_t\}$ (qui semble i.i.d.) sont absorbés par la variable d'état $\{log(A_t)\}$ dans ce cadre d'estimation. Afin d'évaluer la mesure dans laquelle cette hypothèse affecte les résultats, nous avons modifié le système composé des équations (17) et (18) pour supposer que le terme d'erreur de l'équation de mesure suit un processus $AR(1)$. Ce système est donné par :

$$(l - y)_t = \alpha_0^* + \alpha_1^* log(A_t) + \alpha_2^*(wn - p)_t + \varepsilon_t^* \quad (19)$$

$$log(A_t) = \mu^* + log(A_{t-1}) + \eta_t^* \quad (20)$$

$$\varepsilon_t^* = \rho\varepsilon_{t-1}^* + e_t \quad . \quad (21)$$

Le Tableau 5 affiche les résultats de l'estimation du système composé des équations (19) à (21). On peut voir que l'élasticité de susbstitution estimée demeure proche de ce que nous avons obtenu lors de l'estimation du système précédent. Il en est de même pour le taux de croissance de la variable d'efficacité du facteur travail. Un résultat intéressant est que $\{\hat{\varepsilon}_t^*\}$ affiche une persistence assez élevée avec un coefficient (ρ) d'environ 0.9. En fait, on ne peut rejeter l'hypothèse que cette série est non stationnaire, de sorte que le système défini ici ne serait pas approprié. Toutefois, la formulation du système considéré transfère toutes les fluctuations des moyennes et hautes fréquences de la série $\{log(\hat{A}_t)\}$ à la série $\{\hat{\varepsilon}_t^*\}$, ce qui fait que les fluctuations de cette dernière sont peut-être exagérées. Ce résultat est conforme à la valeur estimée de σ_{η^*}, qui est nulle. En conséquence, l'estimation de $\{log(A_t)\}$ est une tendance linéaire déterministe avec ce système (Graphique 10).

[28] Nous verrons à la fin de la présente section quel est le profil de S_L estimé à partir de l'estimation du modèle contraint. L'utilisation du modèle non contraint, avec un taux de croissance trimestriel de l'efficacité du facteur travail tournant autour de 0.6 % ou 0.7 %, générerait un profil de S_L avec une tendance perceptible à la baisse, alors que celle-ci semble absente des données. Il semble que l'impact de l'utilisation de ce modèle contraint sur l'estimation de l'élasticité de substitution est pratiquement nul.

Tableau 5 : Résultats de l'estimation du système espace-état (eq. 19-21)

Mesures du salaire réel		Coefficients estimés et statistiques						
		ω_0^*	ω_1^*	ω_2^*	μ^*	ρ	σ_ε^*	σ_η^*
$W = \frac{WN}{DPIB}$	valeurs	-1.523	-0.284	-0.534	0.006	0.892	0.00	0.006
	signif.[a]	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
$W = \frac{WN}{DPIBcor}$	valeurs	-2.040	-0.276	-0.455	0.007	0.935	0.00	0.007
	signif.[a]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00

[a] Degré de signification

Les deux systèmes présentés dans cette section impliquent des comportements dynamiques de la variable d'efficacité du facteur travail qui sont extrêmes et opposés. On peut raisonnablement penser que le comportement dynamique réel de cette variable non observée se situe quelque part entre ces deux extrêmes.

Puisque ce cadre d'estimation espace-état fournit une estimation de la variable d'efficacité du facteur travail, nous avons généré la variable S_L en utilisant la série $\{log(A_t)\}$ obtenue de l'estimation sous contrainte du premier système (équations 17-18), qui utilise le salaire réel défini par $W = \frac{WN}{DPIBcor}$. Le Graphique 11 compare cette variable à la variable S_L^{MTP} présentée au Graphique 6. On remarque que les deux séries sont pratiquement identiques[29].

[29] Pour générer cette variable S_L, nous utilisons l'expression $S_L = (1-\delta)^\sigma \left(\frac{w}{A}\right)^{1-\sigma}$. Puisque le paramètre δ est non identifié dans ce cadre d'estimation, la valeur de δ utilisée est obtenue en résolvant cette dernière expression et en utilisant les moyennes passées de S_L^{MTP} et $\frac{W}{A}$. On trouve alors $(1-\delta) = 0,833$.

4.4 Sommaire des résultats de l'estimation de l'élasticité de substitution

Les résultats d'estimation présentés ici supportent fortement l'hypothèse que l'élasticité de substitution entre les facteurs travail et capital est inférieure à 1. En fait, la valeur estimative de ce paramètre, qui résulte des méthodes d'estimation présentées ici, se situe dans un intervalle très restreint, soit entre 0.43 et 0.55, selon la définiton du salaire réel utilisée lors de l'estimation. Il semble que ces résultats ne soient pas très affectés par l'hypothèse concernant le processus de la variable d'efficacité technologique. De plus, l'hypothèse que ce paramètre est égal à 1 (cas Cobb-Douglas) a été rejetée à chaque test dans les différents cadres d'estimation considérés. Ainsi, les résultats de l'estimation et des tests d'hypothèse appliqués sur la période 1966-2001 donnent à penser que les facteurs travail et capital sont plus complémentaires que dans le cas d'une formulation Cobb-Douglas. Rappelons toutefois que les conclusions de certains de ces tests doivent être considérés à titre indicatif. En conséquence, sur la base des indications obtenues dans notre analyse, une formulation CES avec une élasticité de substitution se situant autour de 0.5 semble plus conforme aux données canadiennes.

Le taux de croissance annuel moyen de l'efficacité du facteur travail ($\frac{\dot{A}}{A}$) se situerait entre 1.5 % et 2.8 % au cours de la période 1966-2001, selon le cadre d'estimation utilisé. Cet intervalle est plutôt large lorsqu'on le compare à l'évolution des ratios K/L et Y/L, qui ont progressé au rythme annuel de 2.0 % et 1.5 % respectivement au cours de cette période. Rappelons qu'une des caractéristiques d'un sentier de croissance équilibrée est que ces ratios doivent progresser au même rythme que l'efficacité du facteur travail. En conséquence, un taux de croissance se situant dans la borne inférieure de l'intervalle d'estimation obtenue dans cette section est plus plausible à notre avis.

5 Conclusion

Le grand objectif de cette étude était d'examiner les propriétés théoriques d'une fonction de production à élasticité de substitution constante (CES) et à rendements d'échelle constants et d'en déduire les implications pour les propriétés d'un modèle macroéconomique structurel. Le deuxième objectif était de tenter de déterminer si les données canadiennes cadrent mieux avec une fonction de production CES à élasticité de substitution égale à 1 (ce qui est équivalent à une formulation Cobb-Douglas) ou différente de 1.

La fonction de production Cobb-Douglas possède des propriétés très attrayantes, ce qui fait qu'elle est largement utilisée dans la construction de modèles macroéconomiques. Entre autres, elle garantit aisément des sentiers de croissance équilibrée de l'économie et génère des profils des variables macroéconomiques qui sont en accord avec les caractéristiques énoncées par Kaldor. Cependant, nous avons vu qu'il était possible de conserver ces propriétés en utilisant une formulation CES (avec élasticité de substitution différente de 1) en faisant les hypothèses simples que la fonction de production possède des rendements d'échelle constants et que le progrès technologique ne favorise que l'efficacité du facteur travail.

Les cadres d'estimation considérés dans cette étude ont permis de trouver une élasticité de substitution qui est nettement inférieure à 1. Les tests appliqués nous indiquent que la formulation Cobb-Douglas pourrait être rejetée par les données canadiennes. Les résultats obtenus au niveau théorique et empirique nous amènent donc à utiliser une formulation CES dans le modèle en cours d'élaboration, puisqu'il y a de bonnes raisons de penser que l'élasticité de substitution qui découlera de l'estimation du système dans son ensemble sera probablement inférieure à 1. Il est essentiel de rappeler que la présente étude ne détermine pas le cadre d'estimation qui sera utilisé pour estimer les paramètres de la fonction de production. Comme il a été mentionné précédemment, ces paramètres seront estimés conjointement avec les autres paramètres du modèle. Puisque les paramètres de la fonction de production se retrouveront dans plusieurs équations du modèle, cette approche d'estimation globale nous donnera une estimation plus précise de ces paramètres.

En plus d'une élasticité de substitution entre le capital et le facteur travail, des modifications additionnelles au cadre d'opération des firmes peuvent être apportées afin d'augmenter à la fois la corrélation entre l'inflation et le coût marginal et le profil procyclique de la productivité moyenne du travail, telle qu'elle est observée dans les données canadiennes. On peut voir dans Murchison (2005) que l'ajout de coûts d'ajustement du facteur travail (liés, entre autres, à la recherche et/ou à la formation de nouveaux travailleurs), d'un taux variable d'utilisation du capital, d'un niveau incompressible du facteur travail, ou d'une rétention du travail sont des mécanismes qui peuvent à la fois faire augmenter la corrélation entre l'inflation et le coût marginal et reproduire le profil procyclique de la productivité moyenne du travail[30].

[30]Consulter Murchison (2005) pour plus de détails.

Bibliographie

Arrow, K.J. H.B. Chenery, B.S. Minhas et R.M. Solow (1961). « Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency ». *The Review of Economics and Statistics*. vol. 43. p. 225-250.

Barro, R.J., et X. Sala-i-Martin (1995). *Economic Growth*. McGraw-Hill.

Binette, A., S. Murchison, P. Perrier et A. Rennison (2005). « An Introduction to TOTEM ». polycopie. Banque du Canada.

Caballero, R.J. (1994). « Small Sample Bias and Adjustment Costs ». *The Review of Economics and Statistics*. vol. 76. p. 52-58.

Campbell, J.Y., et P. Perron (1991). « Pitfalls and Opportunities : What Macroeconomists Should Know About Unit Roots ». NBER, document de travail technique n° 100.

Coletti, D., B. Hunt, D. Rose et R. Tetlow (1996). *The Bank of Canada's New Quarterly Projection Model : Part 3 : The Dynamic Model : QPM*. rapport technique n° 76. Banque du Canada.

Davidson, R., et J. G. MacKinnon (1993). *Estimation and Inference in Econometrics*. Oxford University Press.

Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

Harvey, A. C. (1993). *Time Series Models*. MIT Press.

Kongsamut, P., S. Rebelo et D. Xie (2000). « Beyond Balanced Growth ». http ://www.kellogg.nwu.edu/faculty/rebelo/htm/bbg2000-december8.pdf .

Maddala, G.S., et I.-M. Kim (1998). *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*. Cambridge University Press.

Murchison. S. (2005). « Inflation determination in TOTEM ». polycopie. Banque du Canada.

Rippati. A.. et J. Vilmunen (2001). « Declining labour-share - Evidence of a change in the underlying production technology ? ». Banque de Finlande. document de travail 2001-10.

Romer. P. (1996). *Advanced Macroeconomics*. McGraw-Hill.

Saikkonen. P. (1991). « Asymptotically Efficient Estimation of Cointegrating Regressions ». *Economic Theory*. vol. 7. p. 1-21.

Stock. J.. et M. Watson (1993). « A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems ». Econometrica. vol. 61. p. 783-820.

Uzawa. H. (1961). « Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium ». *The Review of Economic Studies*. vol. 28. p.117-124.

Annexe 1

Nous réécrivons dans cette annexe la représentation mathématique des variables considérées par Kaldor afin de faciliter la visualisation des hypothèses sur lesquelles doivent reposer les énoncés de cet auteur. Les équations sont présentées pour le cas général d'une fonction de production CES. Les implications d'une formulation Cobb-Douglas sont obtenues simplement en imposant $\lambda = 0$ et $\sigma = 1$. Notons que ces équations résultent du problème de maximisation de la firme présenté à la section 3. Chaque énoncé est accompagné de la forme fonctionnelle de la variable pertinente.

La production par habitant augmente avec le temps et son taux de croissance ne tend pas à diminuer.

Du problème de maximisation, on obtient la forme fonctionnelle suivante pour la variable de production par habitant, $\frac{Y}{L}$:

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{A^{\lambda}}{(1-\delta)} \cdot w \right)^{\sigma}. \tag{1}$$

L'intensité du capital par unité produite est relativement constante.

Du problème de maximisation, on obtient la forme fonctionnelle suivante pour la variable de production par habitant, $\frac{K}{Y}$:

$$\frac{K}{Y} = \left(\delta \frac{P}{B^{\lambda} \cdot CCN} \right)^{\sigma}. \tag{2}$$

L'intensité du capital par unité de facteur travail s'accroît avec le temps.

Du problème de maximisation, on obtient la forme fonctionnelle suivante pour la variable de production par habitant, $\frac{K}{L}$:

$$\frac{K}{L} = \left(\frac{\delta}{(1-\delta)} \cdot \frac{A^{\lambda}}{B^{\lambda}} \cdot \frac{WN}{CCN} \right)^{\sigma}. \tag{3}$$

Le taux de rendement du capital est relativement constant.

Du problème de maximisation, on obtient la forme fonctionnelle suivante pour le produit marginal du capital :

$$PmK = \frac{\delta}{B^{\lambda}} \left(\frac{Y}{K} \right)^{1+\lambda}. \tag{4}$$

Les portions du revenu national affectées aux facteurs travail et capital demeurent relativement constantes.

Du problème de maximisation, on obtient la forme fonctionnelle suivante pour la part du facteur travail dans le revenu national, S_L (la part du revenu affectée au facteur capital est $[1 - S_L]$) :

$$S_L = (1-\delta)^{\sigma} \left(\frac{WN}{P} \cdot \frac{1}{A} \right)^{1-\sigma}. \tag{5}$$

Annexe 2
Description des séries utilisées à la section 4

CCN : Coût d'utilisation du capital (nominal), définition de MTP/QPM. Inclut le prix relatif des biens de capital des entreprises, le taux de dépréciation du capital, une mesure du taux d'intérêt payé par les firmes pour le financement de ces biens de capital et une mesure du taux d'imposition indirecte de ces biens.

DPIB : Dégonfleur du PIB, série V199756. *Comptes nationaux des revenus et dépenses*, Statistique Canada.

DPIBcor : Dégonfleur du PIB moins taux (effectif) d'imposition indirecte, ce dernier étant corrigé du taux de subvention aux facteurs de production.

Emploi total : série V2062811. *Enquête sur la population active*, Statistique Canada.

Heures travaillées : Estimation des heures hebdomadaires effectives et habituelles, emploi principal, série V3494718. *Enquête sur la population active*, Statistique Canada. Cette série est ajustée pour tenir compte des congés et des effets des variations saisonnières.

K : Stock de capital des entreprises. Calculé à partir des données du stock de capital des entreprises. Source : Section de l'investissement et du stock de capital, Statistique Canada.

l : log. naturel du facteur travail : Produit de l'emploi total et des heures travaillées.

Population 15 ans et plus : Population hors institutions, série V2091030. *Enquête sur la population active*, Statistique Canada.

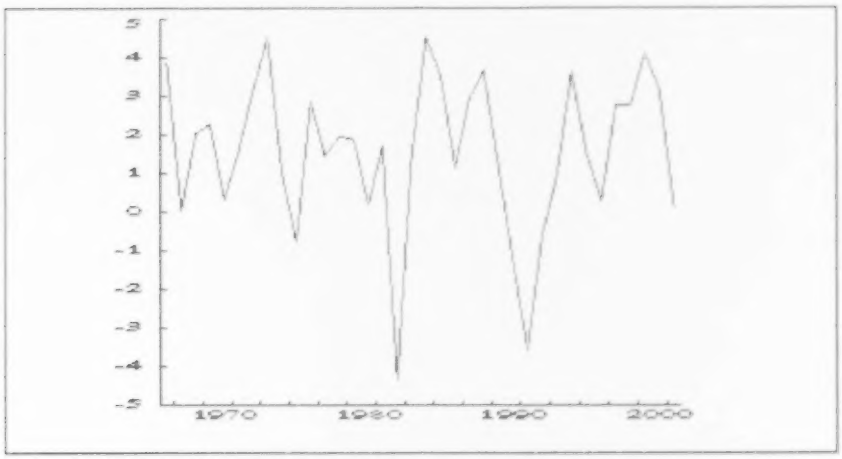
S_L : Portion du revenu national affectée au facteur travail. Cette série est calculée à partir des salaires et traitements des travailleurs salariés et de la portion du revenu des entreprises individuelles non agricoles affectée au facteur travail. La somme de ces revenus est divisée par le PIB nominal, déduction faite des impôts indirects corrigés des subventions au titre des produits et des facteurs de production.

Y : PIB réel aux prix du marché (dollars enchaînés de 1997), série V1992067. *Comptes nationaux des revenus et dépenses*. Statistique Canada.

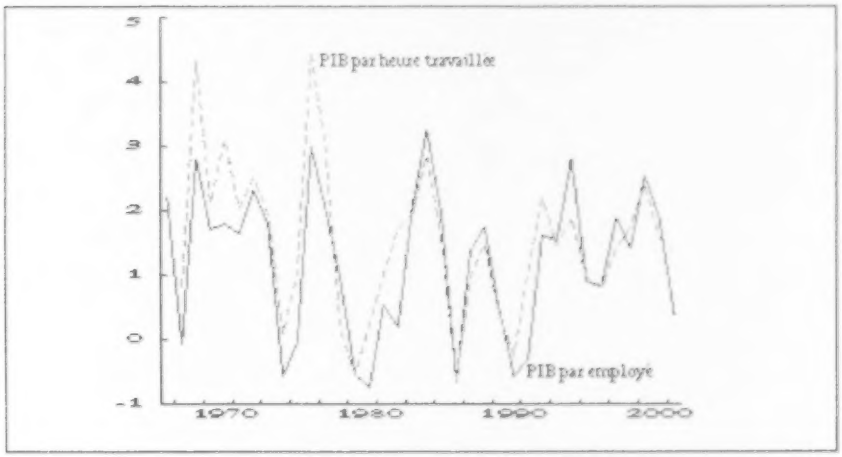
Annexe 3

Graphiques

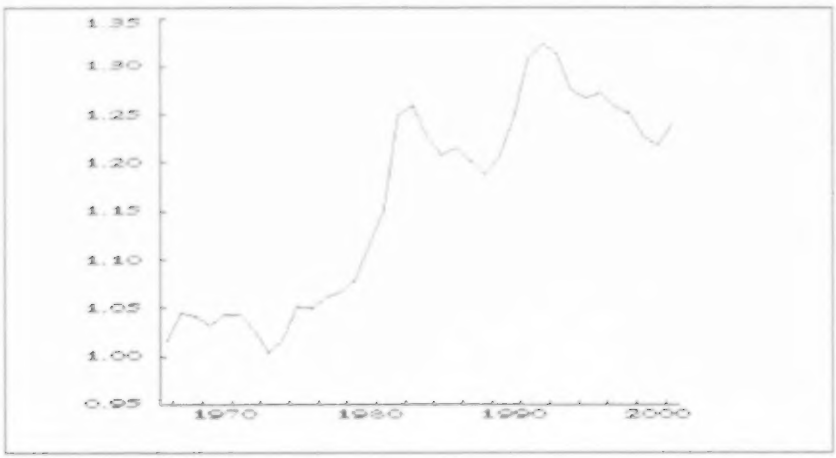
Graphique 1 : Taux de croissance du PIB par habitant



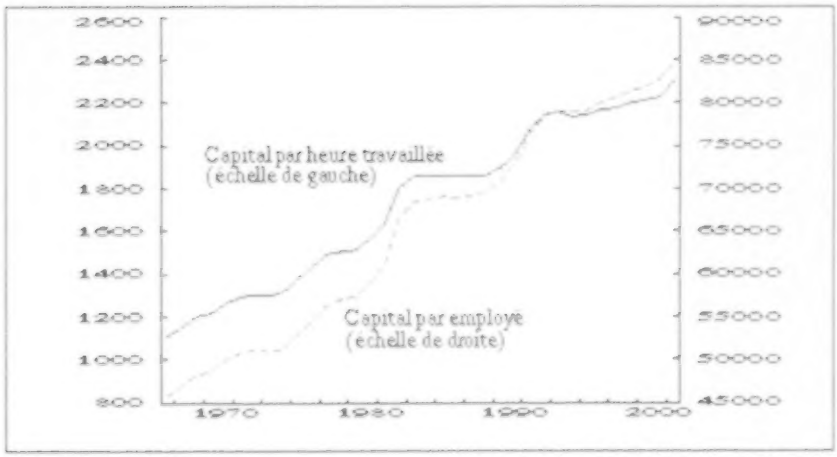
Graphique 2 : Taux de croissance du PIB par employé et par heure travaillée



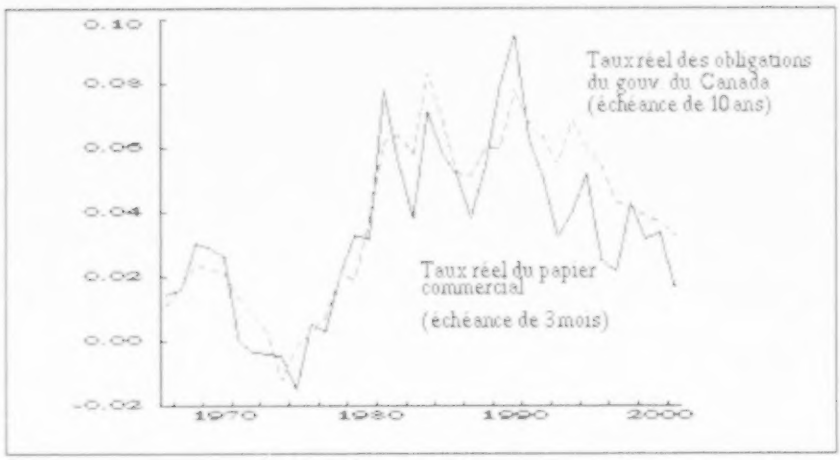
Graphique 3 : Ratio Capital par unité produite



Graphique 4 : Ratio Capital par unité de travail

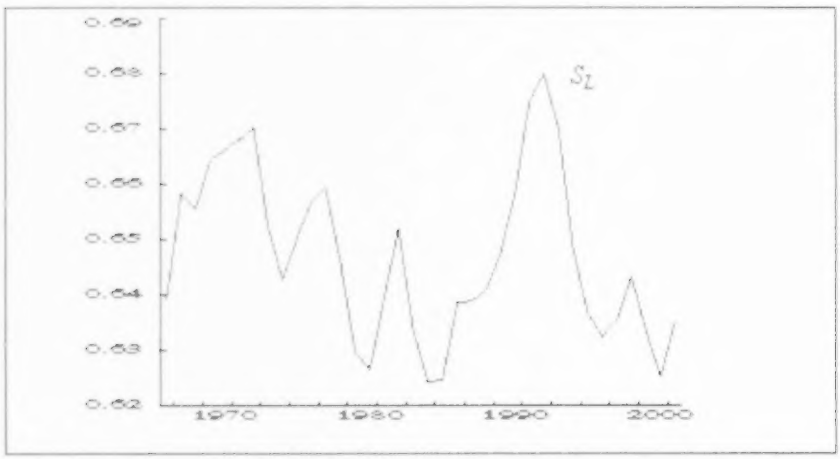


Graphique 5 : Taux de rendement du capital

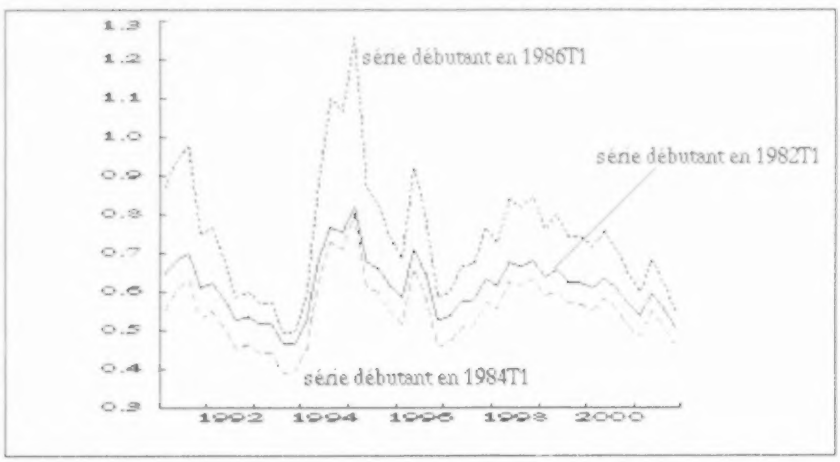


Graphique 6 : Mesure du coût du capital de MTP/QPM (en log.)

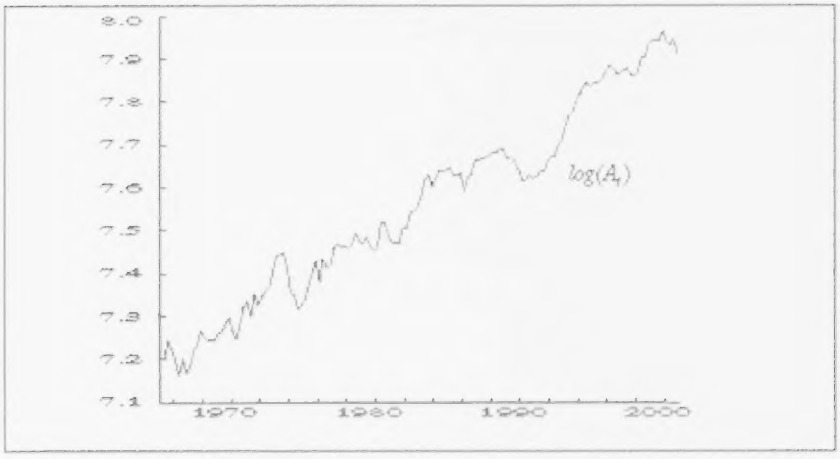
Graphique 7 : Portion du facteur travail



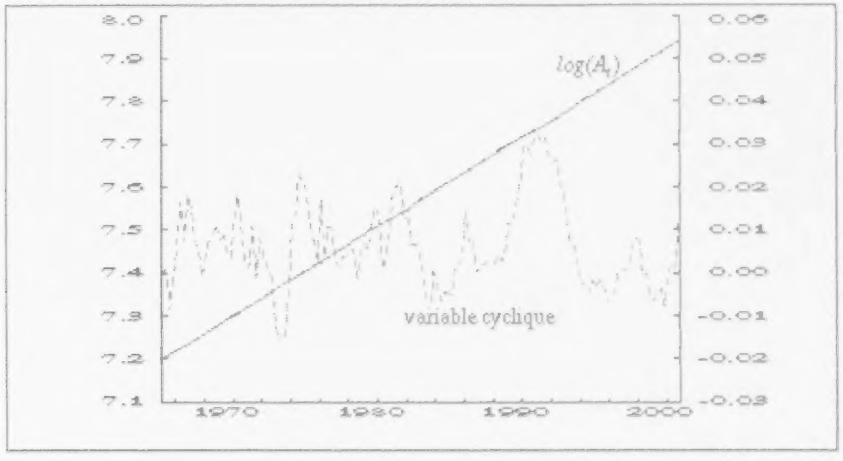
Graphique 8 : Évolution de l'élasticité de substitution



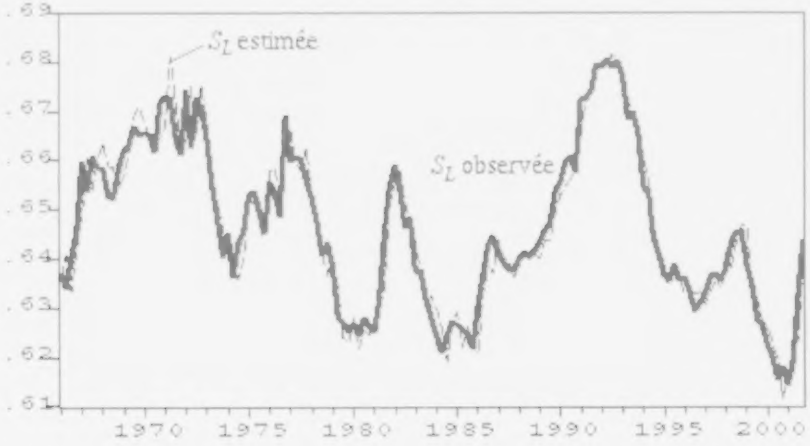
Graphique 9 : Efficacité du facteur travail (*log(A)*)
(provenant de la version contrainte du système composé des équations 17 et 18)



Graphique 10 : Efficacité du facteur travail (*log(A)*) et variable cyclique (ε_t)
(provenant du système composé des équations 19 à 21)



Graphique 11 : Portions du facteur travail (S_L) observée et estimée
(provenant du système composé des
équations 17 et 18 utilisant WDPIBcor)



Documents de travail de la Banque du Canada
Bank of Canada Working Papers

Les documents de travail sont publiés généralement dans la langue utilisée par les auteurs; ils sont cependant précédés d'un résumé bilingue. **Working papers are generally published in the language of the author, with an abstract in both official languages.**

2005

2005-19	Bank Failures and Bank Fundamentals: A Comparative Analysis of Latin America and East Asia during the Nineties using Bank-Level Data	M. Arena
2005-18	Lines of Credit and Consumption Smoothing: The Choice between Credit Cards and Home Equity Lines of Credit	S. Dey
2005-17	Risk Perceptions and Attitudes	M. Misina
2005-16	Endogenous Central Bank Credibility in a Small Forward-Looking Model of the U.S. Economy	R. Lalonde
2005-15	Learning-by-Doing or Habit Formation?	H. Bouakez et T. Kano
2005-14	Labour Market Adjustments to Exchange Rate Fluctuations: Evidence from Canadian Manufacturing Industries	D. Leung et T. Yuen
2005-13	Efficiency and Economies of Scale of Large Canadian Banks	J. Allen et Y. Liu
2005-12	Do Exchange Rates Affect the Capital-Labour Ratio? Panel Evidence from Canadian Manufacturing Industries	D. Leung et T. Yuen
2005-11	An Analysis of Closure Policy under Alternative Regulatory Structures	G. Caldwell
2005-10	Educational Spillovers: Does One Size Fit All?	R. Baumann et R. Solomon
2005-9	State Dependence in Fundamentals and Preferences Explains Risk-Aversion Puzzle	F. Chabi-Yo, R. Garcia et E. Renault
2005-8	Recent Developments in Self-Employment in Canada	N. Kamhi et D. Leung
2005-7	Determinants of Borrowing Limits on Credit Cards	S. Dey et G. Mumy
2005-6	Monetary Policy under Model and Data-Parameter Uncertainty	G. Cateau
2005-5	Y a-t-il eu surinvestissement au Canada durant la seconde moitié des années 1990?	S. Martel
2005-4	State-Dependent or Time-Dependent Pricing: Does It Matter for Recent U.S. Inflation?	P.J. Klenow et O. Kryvtsov
2005-3	Pre-Bid Run-Ups Ahead of Canadian Takeovers: How Big Is the Problem?	M.R. King et M. Padalko

Pour obtenir des exemplaires et une liste complète des documents de travail, prière de s'adresser à :
Copies and a complete list of working papers are available from:

Diffusion des publications, Banque du Canada
234, rue Wellington, Ottawa (Ontario) K1A 0G9
Adresse électronique : publications@banqueducanada.ca
Site Web : http://www.banqueducanada.ca

Publications Distribution, Bank of Canada
234 Wellington Street, Ottawa, Ontario K1A 0G9
E-mail: publications@bankofcanada.ca
Web site: http://www.bankofcanada.ca